

複合量子ゲートのゲート操作数を 軽減する方法

坂東 将光[†]、市川 翼^{†*}、近藤 康[‡]、中原幹夫[‡]

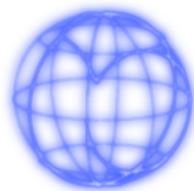
[†] 近畿大学大学院 量子コンピュータセンター

[‡] 近畿大学理工学部

* present address: 学習院大学理学部

2012 年 5 月 22 日

第 26 回量子情報技術研究会 (QIT26) @福井大学



Introduction

- 量子コンピュータ, NMR, MRI
- エラーの影響
- 複合量子ゲート
- 量子ゲート自体がエラー耐性を持つ
- ゲート操作数が増える \Rightarrow 操作が複雑, 時間がかかる

ゲート操作数の増加を極力抑えつつ, エラー耐性を持たせたい

Introduction

■ 複合量子ゲート

× 1 種類のエラー耐性のみ

■ 複合量子ゲートを入れ子にする (CCCP)

[T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo, and M. Nakahara, *Phys. Rev. A* **84**, 062311 (2011)]

○ 2 種類のエラー耐性

× 複合するゲートの数が多い (操作が複雑, 時間がかかる)

CCCP の設計方法を一般化
複合するゲート数の増加を抑えた

■ 複合量子ゲート

× 1 種類のエラー耐性のみ

■ 複合量子ゲートを入れ子にする (CCCP)

[T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo, and M. Nakahara, *Phys. Rev. A* **84**, 062311 (2011)]

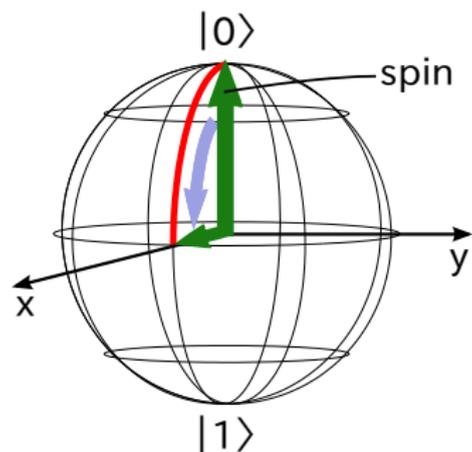
○ 2 種類のエラー耐性

× 複合するゲートの数が多い (操作が複雑, 時間がかかる)

CCCP の設計方法を一般化
複合するゲート数の増加を抑えた

量子ゲート

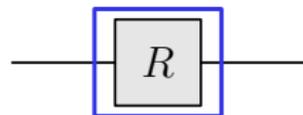
- 1 キュービット
- NMR 量子コンピュータ (2 準位系)
- 系統的なエラー



パラメータ
回転角, 回転軸

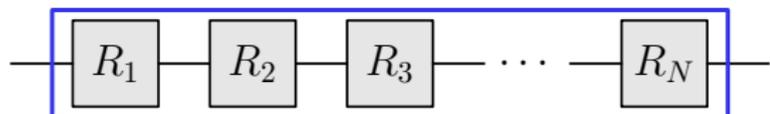
複合量子ゲート (複合パルス)

単純量子ゲート (R)



$$R' = R + \underline{A_\varepsilon \varepsilon} + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$$

複合量子ゲート (U)

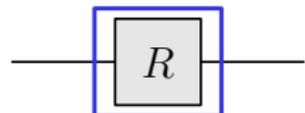


$$U' = R + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$$

各ゲートが 1 種類 のエラーを打ち消し合う

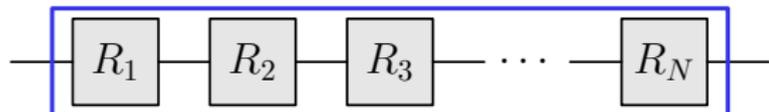
複合量子ゲート (複合パルス)

単純量子ゲート (R)



$$R' = R + \underline{A_\epsilon \epsilon} + A_f f + \mathcal{O}(\epsilon^2, f^2, \epsilon f)$$

複合量子ゲート (U)



$$U' = R + \underline{A'_f f} + \mathcal{O}(\epsilon^2, f^2, \epsilon f)$$

各ゲートが 1 種類 のエラーを打ち消し合う

■ 複合量子ゲート

× 1 種類のエラー耐性のみ

■ 複合量子ゲートを入れ子にする (CCCP)

[T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo, and M. Nakahara, *Phys. Rev. A* **84**, 062311 (2011)]

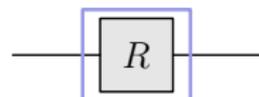
○ 2 種類のエラー耐性

× 複合するゲートの数が多い (操作が複雑, 時間がかかる)

CCCP の設計方法を一般化
複合するゲート数の増加を抑えた

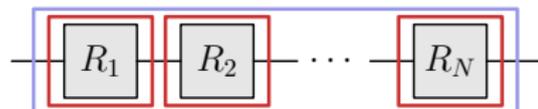
Concatenated Composite Pulse (CCCP)

単純量子ゲート



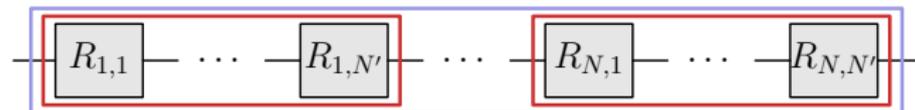
$$R'(\theta, \phi) = R(\theta, \phi) + \underline{A_\epsilon \epsilon} + \underline{A_f f}$$

複合量子ゲート



$$U'(\theta, \phi) = R(\theta, \phi) + \underline{A'_f f}$$

ConCatenated Composite Pulse (CCCP)

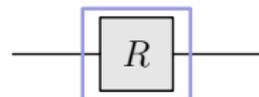


$$V'(\theta, \phi) = R(\theta, \phi)$$

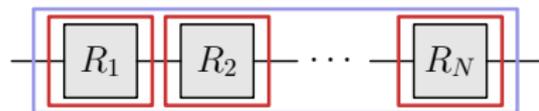
内側の複合量子ゲート  は
残余のエラーを保存しなければならない

Concatenated Composite Pulse (CCCP)

単純量子ゲート



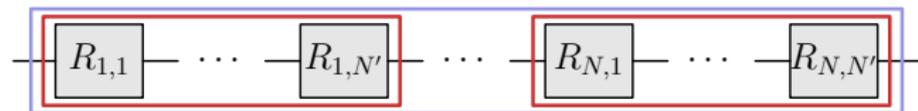
複合量子ゲート



$$R'_i = R_i + \underline{A_{\epsilon,i}\epsilon} + A_{f,i}f$$

$A_{\epsilon,i}\epsilon$: 打ち消し合って消える
(予定)

ConCatenated Composite Pulse (CCCP)

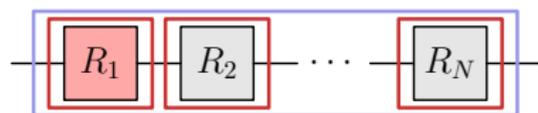


内側の複合量子ゲート は
残余のエラーを保存しなければならない

ゲート数の軽減

既に 1 種類のエラー耐性をもつゲート

複合量子ゲート



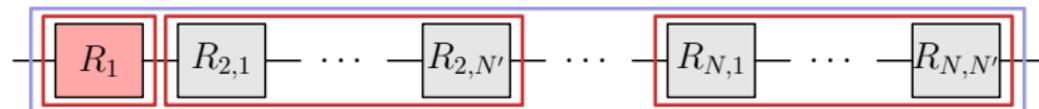
$$R'_i = R_i + \underline{A_{\varepsilon,i}}\varepsilon + \underline{A_{f,i}}f$$

$$R'_1 = R_1 + \underline{A_{\varepsilon,1}}\varepsilon$$

$\underline{A_{\varepsilon,i}}\varepsilon$: 全体で打ち消し合って消える (予定)

$\underline{A_{f,i}}f$: 全体で打ち消し合わず残る

ConCatenated Composite Pulse (CCCP)



入れ子にしなくても良い部分がある

ゲート数の軽減

	pulse	N	robustness
	original	1	–
	SCROFULOUS	3	PL
	SK1	3	PL
	BB1	4	PL
	short CORPSE	3	OR
	CORPSE	3	OR
CCCP	CIS	9	PL, OR
	CISK	9	PL, OR
	CIBB	12	PL, OR
	SKIC	9	PL, OR
reduced CCCP	reduced CISK	5	PL, OR
	reduced CIBB	6	PL, OR
	reduced SKIC	6	PL, OR

N : ゲート数, T : operation time cost,

PL: pulse length error, OR: off-resonance error

Summary

- 既存の複合量子ゲートを組み合わせて、2種類の系統的なエラーに耐性のある量子ゲート (CCCP) を設計することができる.
- CCCP は、入れ子の内側に使う複合量子ゲートに制限がある. (残余のエラーの形を保存)
- 元となる複合量子ゲートを上手く選択することで、CCCP のゲート操作数を軽減することが可能である.

References

- T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo, and M. Nakahara, Phys. Rev. A **84**, 062311 (2011).
M. Bando, T. Ichikawa, Y. Kondo, and M. Nakahara, in preparation.

複合量子ゲート (複合パルス)

複合量子ゲート	pulse length error	off-resonance error	
$90_x-180_y-90_x$ [1]	○	×	$ 0\rangle, 1\rangle$ のみ
BB1 [2], SCROFULOUS [3], <i>etc.</i>	○	×	
CORPSE [3], <i>etc.</i>	×	○	
Always pulse [4], Knill pulse [5]	○	○	<u>$\theta = \pi$ のみ</u>
CCCP [6]	○	○	

回転角 π の量子ゲートをいくら組み合わせても、
任意の 1 量子ビットゲートを作ることはできない。

[1] M. H. Levitt and R. Freeman, J. Magn. Reson. **33**, 473-476 (1979).

[2] S. Wimperis, J. Magn. Reson. A **109** 221-231 (1994).

[3] H. K. Cummins, G. Llewellyn, and J. A. Jones, Phys. Rev. A **67**, 042308 (2003).

[4] W. G. Alway, J. A. Jones, J. Magn. Reson. **189** 114 (2007).

[5] C. A. Ryan, J. S. Hodges, and D. G. Cory, Phys. Rev. Lett. **105**, 200402 (2010).

[6] T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo, and M. Nakahara, Phys. Rev. A **84**, 062311 (2011).

Fidelity ($\theta = \pi$)

$$\text{fidelity: } F = \frac{1}{2} |\text{tr}(R^\dagger V)|$$

